**第十二届国际天文与天体物理奥林匹克竞赛**

**理论试题答案**

中国 北京 2018年11月3日11日

**1. 超光速星系**

**(a)** 正确,

**(b)** 错误,

**(c)** 正确,

**(d)** 错误,

**(e)** 错误.

**2. 距离**

**(l)** 正确,

**(m)**错误,

**(n)** 正确,

**(o)** 错误,

**(p)** 正确.

*R*A > *R*, *R*C = *R*. (第m小题和第o小题中, 只有给出这个关系式才能得分)

**3. 大气折射**

**(a)** *r*d < *r*u < *r*l = *r*r.

**(b)** 当太阳的上边缘位于地平线下35时, 由于大气折射的缘故, 太阳会提前一点儿出现在地平线上. 考虑周日视动, . 理论上, 答题者应当算出平太阳从地平线下50到15所需的时间:

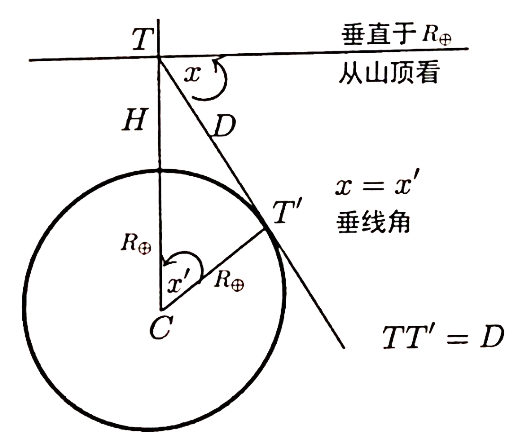
分钟

**4. 山的高度**

首先, 太阳并非垂直落山, 它落山的倾角是 = 90 – = 50. 因此, *x* = 15.0411 4.1 sin = 1.03 sin50 = 0.787.

设山的高度为*H*, *C*为地球中心, 点*T*为山顶那个点, 点*T*为从*T*点看到的地平线那点.

 米.



山顶那个人与他所见地平线之间的距离可以通过*TCT*三角关系得出: *D* = (*R* + *H*) sin *x* *R*sin *x* = 6.38 103sin 0.787 = 87.6千米.

或者也可以这样计算: *D* = *Rx* = 6.38 103 0.787 180 = 87.6千米.

**5. 恒星时**

**(a)** 这一事件可以发生在某一天之内, 恒星时在刚过午夜和快到午夜时, 均为00:00:00. 这意味着太阳位于秋分点附近, 太阳的赤经大约为18小时.

**(b)** 2018年1月1日0时(儒略日JD2458119.5), 平恒星时GMST0为6.706h, 即 GMST0 = 100.59. 由于平太阳日比平恒星日长0.9856(约4分钟), GMST将会在下一个午夜即2018年1月2日午夜增加 = 0.9856. 由此, 我们可以算出GMST要达到360需要历时多少天: . 即, 263天之后, 午夜时的平恒星时GMST为359.80. 因此, GMST将在第264天的00:00:48和23:56:52两次为00:00:00. 2018年的第264天, 为2018年9月21日.

**6. 用FAST观测太阳**

**(a)** 根据瑞利-金斯定律, 太阳在3 GHz的热辐射为, 即单位辐射面积、单位立体角、单位频率的辐射功率. 因而, 在3 GHz上, 太阳的光度为. 在地球上(距离太阳1个天文单位), 太阳在3 GHz的单色流量为: . 因此FAST能接收到的流量为: .

望远镜观测1小时, 接收器收集到的总能量为: .

**(b)** 接下来我们算一下翻转一页答题纸(A4纸)所需的能量. 一张A4纸(297 mm 210 mm)的质量为: *m* = · *L*1*L*2.

翻转一页答题纸所需的能量为:

.

**(c)** 通过比较可以得出, *E* > *E*.

**7. 太阳黑子**

**(a)** 磁压是来自各个方向的. 太阳黑子内的等离子体必须与太阳黑子外的等离子体具有相同的总压强, 才能在边界上保持平衡. 太阳黑子内部的动压为*p*i = *n*i*k*B*T*i, 其中*n*i是太阳黑子内的数密度. 且*p*e = *n*e*k*B*T*e (写*p*e*V* = *N*e*k*B*T*e也对, 不过最好是写成与数密度的关系式.)

根据假设, *n*i = *n*e = *n*, 太阳黑子如果要稳定, , 那么.

**(b)** 在地球上, *p*E = *n*E*k*B*T*E, 其中*p*E 105 Pa且*T*E 300 K. 因此, = 2.4 1025 m–3.

也就是说, 地表附近大气中粒子的数密度, 至少是太阳光球层中等离子体粒子的数密度的100倍(如果计算质量密度, 倍数值会更大).

**8. 一个可能的暗物质不足的星系**

**(a)** 星系NGC 1052-DF2椭圆区域的总面积(星系一半的光来自这个椭圆区域)为:

*A*DF2 = *ab* = 0.85 22.62 = 1363.9 arcsec2.

椭圆区域内星系的星等为:

*m*ell = *SB* – 2.5 lg(*A*DF2) = 16.9.

整个星系的总星等为:

*m*gal = *m*ell – 2.5 lg(2) = 16.1.

**(b)** 星系的绝对星等:

*M*0,gal = *m*gal + 5 – 5 lg(*D*) = –15.4.

换算成以太阳光度为单位:



因此, 星系中恒星的总质量为:



**(c)** 球状星团到星系中心的平均距离为. 根据维里定律, 2*K* + *U* = 0, , . 因此, 这个星系的最大动力学质量应为: *M*dyn == 2.1 108*M*, 小于这个半径内恒星的总质量.

**(d)** 根据(b)问和(c)问, 已知*M*star *L*gal *F*gal *D*2, 但*M*dym *D*, 因此*M*dym/*M*star 1/*D*.

如果测量到的距离小很多倍, 那么恒星质量与动力学质量的比值就会大很多倍, 因此NGC1052-DF2不会像那个团组宣称的那样暗物质不足.

**9. 射电星系**

**(a)** 连续谱流量密度2.5 10–3 Jy, 信噪比要达到30, = 2.5 10–3/30 Jy 8.33 10–5 Jy = 8.33 10–31 W m–2 Hz–1. *T*sys = 150 K, = 280 MHz, 根据题目给的公式可以算出, *t*int 42秒(更精确的数值为41.8秒).

**(b)** obs = 1.4204 GHz/(1 + *z*) = 1.34 GHz.

**(c)** 

**(d)** 线宽: 90 km s–1/*c* obs = 90/(2.9979 105) 1.34 GHz = 0.402 MHz.

连续谱流量密度1.96 10–3 Jy的4%为7.84 10–5 Jy.

“ 3”意味着 = 7.84 10–5 Jy/3 = 2.61 10–5 = 2.61 10–31 W m–2 Hz–1. (数值在2.6 10–5 Jy左右都对)

在3个连续的30 km s–1的通道上, = 0.402 MHz/3 = 0.134 MHz. *T*sys = 25 K. 根据题目给的公式, 可得*t*int = 24700 s 6.9小时.

**10. 织女星和牛郎星**

**(a)** 假设这两颗星的位置坐标分别为: 织女星(1, 1) = (279.23538, 38.78547); 牛郎星(2, 2) = (297.69875, 8.87036).

根据球面几何余弦定律:

cos *a* = cos *b* cos *c* + sin *b* sin *c* cos *A*.

三角形中, *b* = (90 – 1), *c* = (90 – 2)且*A* = (2 – 1).

织女星和牛郎星之间的角距离:

cos = cos(90 – 1) cos(90 – 2) + sin(90 – 1) sin(90 – 2) cos(2 – 1).

= 34.19582.

**(b)** 织女星的距离为: *r*1 = 7.6787 pc;

牛郎星的距离为: *r*2 = 5.1295 pc.

根据余弦定理: *d*2 = *r*12 + *r*22 – 2*r*1*r*2cos ,

可得织女星和牛郎星之间的距离为: *d* = 4.4855 pc.

**(c)** 根据这两颗恒星的自行和径向速度, 就可以估计出它们在天球上的运动方向.

织女星:  



牛郎星:  

.

**(d)** 由于两颗恒星自行矢量的位置角不同, 恒星的运行轨迹将会相交. 由于它们在天球上的运行轨迹为大圆, 因而会有2个交点.

**(e)** 设离这两颗最近的交点为I点(3, 3).

在PVA三角形中,

.

.

注意, PVA大于90, 画一下示意图就会发现, 这一点是显而易见的.

在天球上, 恒星沿着大圆走, VAI三点构成球面三角形.

根据公式: 

可得, VI = 76.085.

根据正弦定律,



三角形PVI中, 根据余弦定律: cosPI = cosPV cosVI + sinPV sinVI cosPVI,

sin 3 = cos 51.215 cos 76.085 + sin 51.215 sin 76.085 cos 144.930.

因此, 3 = –27.945.

应用正弦定律,



因此, 3 = 1 – VPI = 279.235 – 39.148 = 240.087 16h0m21s.

**(f)** 织女星在大圆上的总运行速度为: = 349.72毫角秒/年.

织女星过这一点时, 年数为年. 所以会是在公元前781200年.

同理, 2 = 660.30, 年数= 363700年.

所以牛郎星过这一点时, 会是在公元前361700年.

**(g)** 363700年后, 织女星会沿着运行路线行进35.335.

因此, 它与牛郎星的角距离为(76.085 – 35.335) = 40.750.

**(h)** 在以地球为中心的笛卡尔坐标系中, 织女星的坐标(单位: 角秒)为:

*x*1 = *r*1cos1 cos(360 – 1) = 0.96062 pc,

*y*1 = *r*1cos 1 sin(360 – 1) = 5.90793 pc,

*z*1 = *r*1sin 1 = 4.80998 pc,

牛郎星的坐标为*x*2 = 2.355799 pc, *y*2 = 4.48736 pc, *z*2 = 0.79097 pc.

这里, 我们假设*x*轴指向北方, *z*轴朝向极点.

球面坐标中, 速度方向矢量为:

***v***1 = (–13.9, 7.33, 10.45),

***v***2 = (–26.9, 19.57, 14.06).

同样, 在笛卡尔坐标系中,

,

,

.

牛郎星的笛卡尔速度矢量为:

***v***2 = (4.33, –33.85, 9.87).

最后, 我们估算一下这个行列式的值:



由于数值不为0, 这两颗恒星的运行方向矢量将不会相交. 因此不存在交点.

**11. 宇宙的热历史**

**(a)** 可以用多种方法来进行推算. 哈勃参数常被称为哈勃常数, 但实际上它不是常数. 哈勃参数的量纲为时间的倒数[*T*–1].

另一个推算方法是, 可以简单看一下常量表中*H*0的单位, 然后得出相同的结论.

我们可以用哈勃参数的倒数来定义时标: , 即哈勃时间, 这是宇宙膨胀的特征时标.

当前哈勃时间.

**(b)** 根据弗里德曼方程, 临界密度满足这个定义, 因此.

将*H*0 = 2.19 10–18 s–1代入, 可得当前临界密度c0 = 8.59 10–27 kg/m3.

**(c)**  m + r + + *k* = 1,







对比弗里德曼方程,



及

**(d)** 辐射压为. 这样一来, 流体方程变成了.

, 因此r *a*–4.

已知, 所以r (1 + *z*)4.

**(e)** 流体方程中, .

宇宙学常数的值不随时间变化, 所以.

, 也就是说*w* = –1.

**(f)** 根据各参数的单位, 可以得出:

的量纲为[*ML*2*T*–1],

*G*的量纲为[*M*–1*L*3*T*–2],

光速*c*的量纲为[*LT*–1].

假设普朗克时间是*xcyGz*的函数. 为了使其量纲为时间单位, 以下等式需成立:

*T* = (*ML*2*T*–1)*x*(*LT*–1)*y*(*M*–1*L*3*T*–2)*z* = *Mx–zL*2*x*+*y*+3*zT–x–y–*2*z*.

根据*x* – *z* = 0, 2*x* + *y* + 3*z* = 0, –*x* – *y* – 2*z* = 1, 我们可以得出, , . 因此, 普朗克时间近似为.

将数值代入, 可得: *t*p = 5.4 10–44秒.

**(g)** 黑洞的史瓦西半径等于:







**(h)** 给定能量密度, 根据d小问中得出的结果, r *T*4, r = r*c*2, r (1 + *z*)4.

因此*T* 1 + *z*, =常数.

**(i)** 物质密度等于辐射密度, 也就是说r(*z*eq) = m(*z*eq).

m(*z*) = m0(1 + *z*)3且r(*z*) = r0(1 + *z*)4.

因而. r0是宇宙微波背景辐射的密度参数, 可以计算出来.

根据光子辐射(下角标为)的密度参数定义, , 其中*H*100 = 100 km/s/Mpc.

黑体光子辐射的能量密度为:

.

因此, .

但中微子也对辐射能量密度贡献了68%, 所以辐射的总能量密度为:

,

因此.

**(j)** 在那个时候, 红移为:



因此, 比例因子.

只考虑辐射主导的宇宙, 弗里德曼方程可以写为: .

, .

因此, .

所以, 中微子退耦大约是在大爆炸之后1秒.